

Barem de corectare CMAA 2026 Clasa a XI-a – Științe ale naturii

P1

a) Mijlocul laturii AB este $M(-6, -5)$. Ecuația medianei $CM : 3x - 4y - 2 = 0$	5p
Distanța de la B la CM este 4	5p
b) $Aria[M_x M_{x+1} M_{x+2}] = a$	5p
$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) \cdot Aria[M_x M_{x+1} M_{x+2}]}{x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(ax^2 + bx + c) \cdot a}{x^2 + 1} = a^2 \stackrel{a>0}{\Rightarrow} a = 5$	5p

P2

Folosind relația Hamilton-Cayley avem $A^2 - 2A + 3I_2 = O_2$	5p
$A^2 + 3I_2 = 2A \Rightarrow \det(A^2 + 3I_2) = \det(2A) = 2^2 \det A = 12$	5p
Cum $A^2 + I_2 = 2A - 2I_2 = 2(A - I_2) \Rightarrow \det(A^2 + I_2) = 2^2 \det(A - I_2)$	5p
$\det(A - I_2) = (a-1)(d-1) - bc = (ad - bc) - (a+d) + 1 = 2 \Rightarrow \det(A^2 + I_2) = 8$	5p

P3

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sqrt[3]{1+x}-1} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \cdot \frac{x}{\sqrt[3]{1+x}-1} \right) =$	5p
$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt[3]{1+x}-1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\sqrt[3]{(1+x)^2} + \sqrt[3]{1+x} + 1)}{1+x-1} = 3$	5p
b) Limita se poate scrie $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\left(\frac{\sin x}{x} + \frac{\sin(2x)}{2x} \cdot 2 + \dots + \frac{\sin(2026x)}{2026x} \cdot 2026 \right) \cdot \frac{x}{\sqrt[2026]{1+x}-1} \right] =$	5p
$= (1+2+\dots+2026) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sqrt[2026]{1+x}-1} \right) = \frac{2027 \cdot 2026}{2} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt[2026]{1+x}-1} =$	5p
$= \frac{2027 \cdot 2026}{2} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{(1+x)^{\frac{1}{2026}} - 1} = \frac{2026^2 \cdot 2027}{2}$	5p

P4

a) $f(x) = f_1(x) \cdot f_2(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{(x-1)(x^2-1)}} = \frac{1}{\sqrt[3]{(x-1)^2(x+1)}}$	5p
$\lim_{x \rightarrow 1} [(x-1) \cdot f(x)] = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{(x-1)^2(x+1)}} = \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt[3]{\frac{(x-1)^3}{(x-1)^2(x+1)}} = \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt[3]{\frac{x-1}{x+1}} = 0$	5p
b) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x) = 0$, $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty \Rightarrow$ dreapta de ecuație $x = 0$ este asimptotă verticală la dreapta la graficul funcției f	5p
$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty \Rightarrow$ nu există asimptote orizontale spre $\pm\infty$ la graficul funcției f	5p
$m = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(1-x)e^{\frac{1}{x}}}{x} = -1$, $n = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[e^{\frac{1}{x}} - \left(\frac{1}{e^x} - 1 \right) x \right] = 0 \Rightarrow$ dreapta de ecuație $y = -x$ este asimptotă oblică spre $-\infty$ la graficul funcției f	5p
$m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x-1)e^{\frac{1}{x}}}{x} = 1$, $n = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\left(\frac{1}{e^x} - 1 \right) x - e^{\frac{1}{x}} \right] = 0 \Rightarrow$ dreapta de ecuație $y = x$ este asimptotă oblică spre $+\infty$ la graficul funcției f	